ISSN 1993-9981 Методи та прилади контролю якості, № 19, 2007

УДК 621.373.54

ЦИФРОВИЙ СИНУСНО-КОСИНУСНИЙ ГЕНЕРАТОР

М.Ю. Стахів, Л.В. Мороз, Н.С. Кожан

Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, тел. (8-032) 258-23-94

Приведены результаты исследования погрешностей число-импульсных структур для воспроизведения функций sin и cos на основе умножителей на накапливающем сумматоре. Рассмотрены четыре варианта воспроизведения функций sin и cos с помощью соответствующего соединения элементов число-импульсного функционального преобразователя. Показано, что при поочередной обработке данных в число-импульсных преобразователях функционального преобразователя указанных функций имеется возможность получить абсолютную погрешность воспроизведения указанных функций до 0,5.

The results of research of errors of number-impulsing structures are resulted for reproducing of functions of sin and cos on the basis of multipliers on an adder accumulator. Four variants of reproducing of functions of sin and cos are considered by the proper connection of elements of number-impulsing of functional transformer. It is rotined that at the by turn processing of data in the number-impulsing transformers of functional transformer of the indicated functions is possibility to get the absolute error of reproducing to 0,5.

Обчислення функцій синуса і косинуса, а також виконання кутових обертань – звичайні вимоги стосовно цифрової обробки сигналів у системах зв’язку. Структура на базі число-імпульсних помножувачів може використовуватись для генерування безперервної форми хвиль синуса і косинуса в чистій цифровій формі, оскільки усунені аналогові генератори сигналу і аналого-цифрові конвертери. Такі фундаментальні форми хвиль можуть використовуватися в масиві додатків від I-Q міксерів до вікон Блекмана [1].

Існують різні апаратні засоби ЕОМ, які відтворюють функції синуса і косинуса, особливо CORDIC-процесори [2], процесор кутового обертання [3]. Ці алгоритми виконують обертання через послідовність підобертань з входом в кожний етап підобертання, що є залежним від виходу попереднього етапу. У [4] функції синуса і косинуса розкладено в ряди Маклорена і підібрано коефіцієнти для поліномів за критерієм мінімальної похибки. Функції синуса і косинуса також використовуються у робототехніці [5] для здійснення необхідної траєкторії дій. Для того, щоб зробити автоматичні маніпулятори пристосованими до невідомого робочого навколишнього середовища, необхідно одержати сенсорну інформацію від останнього. Проте обробка даних в реальному часі потребує значних затрат обчислювальних ресурсів. Тому для майбутніх інтелектуальних автоматичних маніпуляторів потрібно розробляти процесор спеціального призначення, який би здійснював різні робототехнічні функції, наприклад, сенсорна обробка сигналу, траєкторне планування, інтерфейс користувача, координатне перетворення і динамічний контроль. У [6, 7] розглянуто варіанти схем для відтворення функцій *sin* та *cos* і їх роботу, використовуючи різні алгоритми інтерполяції.

Метою даної роботи є дослідження похибок число-імпульсних структур для відтворення функцій *sin* та *cos* на основі помножувачів на накопичуючому суматорі при різних алгоритмах їх роботи.

Відома схема число-імпульсного функціонального перетворювача (ЧІФП) для відтворення функцій *sin* та *cos* [6, 7], яка наведена на рис.1.

Дана схема побудована на основі двох число-імпульсних помножувачів (ЧІП) на накопичуючих суматорах і включає два регістри РГ1 та РГ2, два суматора СМ1 та СМ2 і два лічильники ЛЧ1 та ЛЧ2. Перед початком роботи

схеми лічильник ЛЧ1 встановлюється в “0”-ве положення (*sin*0 = 0), а лічильник ЛЧ2 встановлюється в “1”-не положення (*cos*0 = 1).

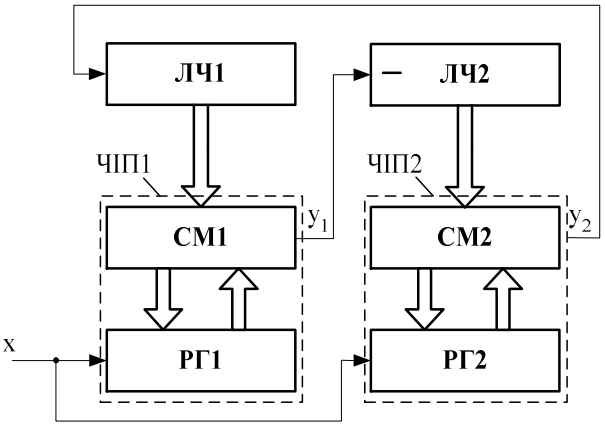


Рисунок 1 – Структурна схема ЧІФП, що реалізує функції $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$

Підінтегральними функціями ЧІП є безпосередньо величини y_1 та y_2. Роботу число-імпульсних структур можна описати наступними виразами:

$$y_1 = (N_m - 1)cos\left(\frac{x}{N_m}\right); \qquad (1)$$

$$y_2 = (N_m - 1)sin\left(\frac{x}{N_m}\right), \qquad (2)$$

де y_1 та y_2 – число імпульсів на виході помножувачів; x – число імпульсів на вході помножувача; $N_m = 2^n$, де n – число двійкових розрядів помножувача.

Шляхом імітаційного моделювання отримано результати обчислення максимальних абсолютних похибок для чотирьох варіантів відтворення функцій *sin* та *cos*.

1-ий варіант генерування функцій $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ передбачає одночасну обробку даних в обох ЧІП (рис. 1) за таким алгоритмом:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_i}, \end{aligned} \qquad (3)$$

де $\varepsilon = 1/N_m$.

Оскільки схема на рис.1 побудована на основі ЧІП на накопичуючих суматорах, то вираз (3) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - ent\left[\frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m}\right]; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + ent\left[\frac{y_{1_i} + R_{1_{i-1}}}{N_m}\right], \end{aligned} \qquad (4)$$

де $R_{1(i-1)}$, $R_{2(i-1)}$ – значення коду на (*i*-1)-му кроці в регістрах РГ1 та РГ2 відповідно.

У табл. 1 і табл. 2 наведені значення максимальної додатної похибки (Δ^+_{max}) та максимальної від’ємної похибки (Δ^-_{max}) для функцій $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ згідно 1-го варіанту їх відтворення відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, а саме:

колонки 2 і 3 при РГ1(0) = РГ2(0) = 0;

колонки 4 і 5 при РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1};

колонки 6, 7, 8 і 9 при при початкових значеннях РГ1 та РГ2 підібраних за таким критерієм:

$$k1 = \Delta^+_{max} + \left|\Delta^-_{max}\right| + \left|\Delta^+_{max} - \left|\Delta^-_{max}\right|\right|. \qquad (5)$$

Таблиця 1 – Значення максимальної додатної Δ^+_{max} та максимальної від’ємної Δ^-_{max} похибок для 1-го варіанту відтворення функції $y = cos(x)$

n	$y_1 = cos(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}
	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.5130E+00	5.4616E-02	5.1302E-01	-4.9516E-01	6	4	4.8644E-01	-4.8697E-01
4	1.4127E+00	2.9287E-02	6.9965E-01	-2.7351E-01	9	9	4.6631E-01	-4.6764E-01
5	1.5139E+00	1.5135E-02	6.8174E-01	-2.6125E-01	21	21	4.4376E-01	-4.9860E-01
6	1.5142E+00	7.6902E-03	7.2732E-01	-4.1776E-01	47	38	4.9149E-01	-5.0845E-01

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	1.5271E+00	3.8757E-03	7.3428E-01	-4.4230E-01	81	81	5.2710E-01	-5.4593E-01
8	1.5102E+00	1.9454E-03	7.5449E-01	-4.3795E-01	174	149	5.6079E-01	-5.6225E-01
9	1.5262E+00	9.7465E-04	7.5434E-01	-4.4134E-01	333	320	5.6043E-01	-5.7023E-01
10	1.5164E+00	4.8780E-04	7.5721E-01	-4.7405E-01	696	616	5.7100E-01	-5.7231E-01
11	1.5169E+00	2.4402E-04	7.6946E-01	-4.8367E-01	1331	1244	5.8799E-01	-5.8981E-01
12	1.5088E+00	1.2204E-04	7.7018E-01	-4.8438E-01	2629	2499	5.9665E-01	-5.9457E-01
13	1.5009E+00	6.1027E-05	7.7624E-01	-4.8523E-01	5208	5030	5.9972E-01	-6.0007E-01
14	1.5014E+00	3.0517E-05	7.7624E-01	-4.9219E-01	10371	10054	6.0268E-01	-6.0341E-01
15	1.4974E+00	1.5258E-05	7.7646E-01	-4.9458E-01	20616	20000	6.0887E-01	-6.0798E-01
16	1.4951E+00	7.6293E-06	7.7897E-01	-4.9609E-01	40883	40253	6.1103E-01	-6.1108E-01
17	1.4932E+00	3.8146E-06	7.7889E-01	-4.9734E-01	81622	80639	6.1263E-01	-6.1181E-01

Таблиця 2 – Значення максимальної додатної Δ^{+}_{max} та максимальної від'ємної Δ^{-}_{max} похибок для 1-го варіанту відтворення функції $y = sin(x)$

n	$y_2 = sin(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}
	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.1337E+00	-8.7272E-01	1.0175E+00	-9.5680E-02	3	6	4.3609E-01	-3.7280E-01
4	1.2866E+00	-9.3688E-01	1.1330E+00	-3.5514E-01	8	13	4.9760E-01	-4.9408E-01
5	1.5923E+00	-9.6859E-01	1.1612E+00	-3.5444E-01	14	28	5.9231E-01	-5.3238E-01
6	1.5588E+00	-9.8433E-01	1.1578E+00	-4.2960E-01	31	63	6.1686E-01	-5.9806E-01
7	1.6606E+00	-9.9217E-01	1.1932E+00	-4.5801E-01	58	125	6.6068E-01	-6.2243E-01
8	1.7111E+00	-9.9609E-01	1.2406E+00	-4.6541E-01	88	236	7.1117E-01	-6.9756E-01
9	1.7775E+00	-9.9804E-01	1.2265E+00	-4.7554E-01	229	510	6.7133E-01	-6.7746E-01
10	1.7608E+00	-9.9902E-01	1.2049E+00	-4.8740E-01	458	1023	7.0591E-01	-6.7730E-01
11	1.7649E+00	-9.9951E-01	1.2655E+00	-4.8842E-01	754	2031	7.4074E-01	-7.3926E-01
12	1.7612E+00	-9.9975E-01	1.2693E+00	-4.9276E-01	1510	4095	7.4493E-01	-7.4355E-01
13	1.7676E+00	-9.9987E-01	1.2736E+00	-4.9564E-01	2794	8138	7.6502E-01	-7.6467E-01
14	1.7804E+00	-9.9993E-01	1.2814E+00	-4.9723E-01	5495	16358	7.7075E-01	-7.7058E-01
15	1.7852E+00	-9.9996E-01	1.2816E+00	-4.9857E-01	10942	32728	7.7271E-01	-7.7183E-01
16	1.7895E+00	-9.9998E-01	1.2833E+00	-4.9908E-01	21254	65311	7.7981E-01	-7.7934E-01
17	1.7921E+00	-9.9999E-01	1.2748E+00	-4.9924E-01	42329	130649	7.8078E-01	-7.8077E-01

2-ий варіант відтворення функцій передбачає послідовну обробку даних в обох ЧІП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧІП1, а тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧІП2. Таким чином алгоритм для 2-го варіанту відтворення функцій *sin* та *cos* буде таким:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Для схеми на рис.1 вираз (6) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - ent\left[\frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m}\right]; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + ent\left[\frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m}\right]. \end{aligned} \qquad (7)$$

У табл. 3 і табл. 4 наведені значення максимальної додатної похибки (Δ^{+}_{max}) та максимальної від'ємної похибки (Δ^{-}_{max}) для функції $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, в т. ч. і згідно (5).

Таблиця 3 – Значення максимальної додатної Δ^{+}_{max} та максимальної від'ємної Δ^{-}_{max} похибок для 2-го варіанту відтворення функції $y = cos(x)$

n	$y_1 = cos(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}
	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	8.7817E-01	-2.0725E-01	2.1761E-01	-7.8211E-01	0	4	4.8644E-01	-4.9516E-01
4	1.0423E+00	-1.2444E-01	2.6290E-01	-1.0610E+00	0	9	4.6631E-01	-4.6764E-01
5	9.6371E-01	-2.5718E-01	3.7764E-01	-1.0309E+00	0	19	4.4376E-01	-4.9860E-01
6	1.0512E+00	-3.7282E-01	3.7645E-01	-9.2876E-01	0	37	4.9310E-01	-5.0845E-01
7	1.0447E+00	-3.0873E-01	3.9657E-01	-1.0032E+00	0	72	4.8259E-01	-4.9615E-01
8	1.0435E+00	-3.3995E-01	4.3761E-01	-1.0174E+00	0	141	4.8846E-01	5.0211E-01
9	1.0498E+00	-3.7106E-01	4.7166E-01	-9.9137E-01	0	278	5.0018E-01	-4.9826E-01
10	1.0368E+00	-4.5972E-01	4.6874E-01	-1.0062E+00	0	549	4.9964E-01	-5.0052E-01
11	1.0271E+00	-4.2894E-01	4.7240E-01	-9.9667E-01	0	1077	5.0546E-01	-5.0587E-01
12	1.0268E+00	-4.4698E-01	4.8436E-01	-9.9854E-01	0	2138	5.0454E-01	-5.0464E-01
13	1.0225E+00	-4.6170E-01	4.9431E-01	-1.0001E+00	0	4226	5.0481E-01	-5.0568E-01
14	1.0177E+00	-4.6672E-01	4.9218E-01	-9.9634E-01	0	8380	5.0624E-01	-5.0003E-01
15	1.0150E+00	-4.7757E-01	4.9483E-01	-9.9932E-01	0	16691	5.0523E-01	-5.0563E-01
16	1.0116E+00	-4.8556E-01	4.9609E-01	-9.9862E-01	0	33280	5.0383E-01	-5.0390E-01
17	1.0097E-01	-4.8137E-01	4.9713E-01	-9.9976E-01	0	66366	5.0334E-01	-5.0286E-01

Таблиця 4 – Значення максимальної додатної Δ^{+}_{max} та максимальної від'ємної Δ^{-}_{max} похибок для 2-го варіанту відтворення функції $y = sin(x)$

n	$y_2 = sin(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}
	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.0102E+00	-8.7272E-01	4.3609E-01	-3.7280E-02	3	2	4.3609E-01	-3.7280E-01
4	1.0005E+00	-9.3688E-01	5.0591E-01	-5.0239E-01	5	1	4.9760E-01	-4.9408E-01
5	1.0010E+00	-9.6859E-01	4.9373E-01	-5.8127E-01	13	10	4.9373E-01	-4.4762E-01
6	1.0180E+00	-9.8433E-01	5.1392E-01	-5.0756E-01	31	29	4.9243E-01	-4.8607E-01
7	1.0363E+00	-9.9217E-01	5.0613E-01	-5.2603E-01	61	57	4.9953E-01	-4.9386E-01
8	1.0330E+00	-9.9609E-01	5.0125E-01	-5.1527E-01	128	123	5.0125E-01	-4.9654E-01
9	1.0268E+00	-9.9804E-01	4.9780E-01	-4.9939E-01	255	153	4.9780E-01	-4.9939E-01
10	1.0205E+00	-9.9902E-01	5.0013E-01	-5.0384E-01	502	503	5.0194E-01	-5.0131E-01
11	1.0411E+00	-9.9951E-01	4.9948E-01	-5.2778E-01	1005	985	5.0563E-01	-5.0607E-01
12	1.0351E+00	-9.9975E-01	4.9953E-01	-5.1591E-01	2004	1973	5.0446E-01	-5.0428E-01
13	1.0294E+00	-9.9987E-01	5.0103E-01	-5.1700E-01	4015	3971	5.0496E-01	-5.0608E-01
14	1.0221E+00	-9.9993E-01	5.0022E-01	-5.1058E-01	8038	7984	5.0798E-01	-5.0732E-01
15	1.0218E+00	-9.9996E-01	5.0043E-01	-5.0656E-01	16144	16016	5.0443E-01	-5.0564E-01
16	1.0181E+00	-9.9998E-01	4.9977E-01	-5.0206E-01	32090	32059	5.0905E-01	-5.0902E-01
17	1.0024E+00	-9.9999E-01	4.9996E-01	-5.0230E-01	64028	64117	5.1052E-01	-5.1063E-01

3-ій варіант генерування функцій $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ передбачає послідовну обробку даних в обох ЧІП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧІП2, а тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧІП1. Алгоритм відтворення функцій *sin* та *cos* для 3-го варіанту є таким:

$$y_{2_{i+1}} = y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_i};$$
$$y_{1_{i+1}} = y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_{i+1}}. \quad (8)$$

У цьому випадку вираз (8) для схеми на рис.1 набуде такого вигляду:

$$y_{2_{i+1}} = y_{2_i} + ent\left[\frac{y_{1_i} + R_{1_{i-1}}}{N_m}\right];$$
$$y_{1_{i+1}} = y_{1_i} - ent\left[\frac{y_{2_{i+1}} + R_{2_i}}{N_m}\right]. \quad (9)$$

У табл. 5 і табл. 6 наведені значення максимальної додатної похибки (Δ^+_{max}) та максимальної від'ємної похибки (Δ^-_{max}) для функції $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, в т. ч. і згідно (5).

Таблиця 5 – Значення максимальної додатної Δ^+_{max} та максимальної від'ємної Δ^-_{max} похибок для 3-го варіанту відтворення функції $y = cos(x)$

n	$y_1 = cos(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}
	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.5130E+00	5.4616E-02	7.9274E-01	-1.4307E-01	7	4	4.8644E-01	-4.9516E-01
4	1.5323E+00	2.9287E-02	6.9965E-01	-2.7351E-01	13	9	4.6631E-01	-4.6764E-01
5	1.6540E+00	1.5135E-02	8.8003E-01	-2.6125E-01	26	21	4.4376E-01	-4.9860E-01
6	1.6339E+00	7.6902E-03	9.5795E-01	-3.7810E-01	62	35	5.0132E-01	-5.0689E-01
7	1.6428E+00	3.8757E-03	9.7892E-01	-4.4230E-01	127	72	4.8259E-01	-4.9615E-01
8	1.6582E+00	1.9454E-03	9.6855E-01	-4.3795E-01	247	148	4.8846E-01	5.0211E-01
9	1.6308E+00	9.7465E-04	9.9136E-01	-4.4134E-01	509	279	5.0018E-01	-4.9826E-01
10	1.6443E+00	4.8780E-04	9.7556E-01	-4.7062E-01	1015	556	4.9964E-01	-5.0052E-01
11	1.6400E+00	2.4402E-04	9.8766E-01	-4.8367E-01	2031	1085	5.0383E-01	-5.0587E-01
12	1.6305E+00	1.2204E-04	9.8922E-01	-4.8438E-01	4074	2142	5.0631E-01	-5.0464E-01
13	1.6309E+00	6.1027E-05	9.9244E-01	-4.8523E-01	8124	4272	5.0544E-01	-5.0568E-01
14	1.6286E+00	3.0517E-05	9.9890E-01	-4.9219E-01	16235	8508	5.0931E-01	-5.0960E-01
15	1.6269E+00	1.5258E-05	9.9783E-01	-4.9458E-01	32364	16949	5.1088E-01	-5.111E-01
16	1.6241E+00	7.6293E-06	9.9979E-01	-4.9609E-01	64649	33801	5.1158E-01	-5.1165E-01
17	1.6227E-01	3.8146E-06	9.9953E-01	-4.9734E-01	129315	67233	5.1278E-01	-5.1109E-01

Таблиця 6 – Значення максимальної додатної Δ^+_{max} та максимальної від'ємної Δ^-_{max} похибок для 3-го варіанту відтворення функції $y = sin(x)$

n	$y_2 = \sin(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}
	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}	Δ^+_{max}	Δ^-_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.0102E+00	-8.7272E-01	4.3609E-01	-3.7280E-02	3	2	4.3609E-01	-3.7280E-01
4	1.0005E+00	-9.3688E-01	5.0591E-01	-5.0239E-01	5	1	4.9760E-01	-4.9408E-01
5	1.0010E+00	-9.6859E-01	4.9373E-01	-5.8127E-01	13	10	4.9373E-01	-4.4762E-01
6	1.0180E+00	-9.8433E-01	5.1392E-01	-5.0756E-01	31	29	4.9243E-01	-4.8607E-01
7	1.0363E+00	-9.9217E-01	5.0613E-01	-5.2603E-01	61	57	4.9953E-01	-4.9386E-01
8	1.0330E+00	-9.9609E-01	5.0125E-01	-5.1527E-01	128	123	5.0125E-01	-4.9654E-01
9	1.0268E+00	-9.9804E-01	4.9780E-01	-4.9939E-01	255	153	4.9780E-01	-4.9939E-01
10	1.0205E+00	-9.9902E-01	5.0013E-01	-5.0384E-01	502	503	5.0194E-01	-5.0131E-01
11	1.0411E+00	-9.9951E-01	4.9948E-01	-5.2778E-01	1005	985	5.0563E-01	-5.0607E-01

Продовження табл. 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	1.0351E+00	-9.9975E-01	4.9953E-01	-5.1591E-01	2004	1973	5.0446E-01	-5.0428E-01
13	1.0294E+00	-9.9987E-01	5.0103E-01	-5.1700E-01	4015	3971	5.0496E-01	-5.0608E-01
14	1.0221E+00	-9.9993E-01	5.0022E-01	-5.1058E-01	8038	7984	5.0798E-01	-5.0732E-01
15	1.0218E+00	-9.9996E-01	5.0043E-01	-5.0656E-01	16144	16016	5.0443E-01	-5.0564E-01
16	1.0181E+00	-9.9998E-01	4.9977E-01	-5.0206E-01	32090	32059	5.0905E-01	-5.0902E-01
17	1.0024E+00	-9.9999E-01	4.9996E-01	-5.0230E-01	64028	64117	5.1052E-01	-5.1063E-01

4-ий варіант відтворення функцій передбачає почергову обробку даних в обох ЧІП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧІП1, а тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧІП2. Наступний крок починається з того, що дані надходять на вхід ЧІП2, а потім відбувається обробка даних в ЧІП1.

Алгоритм 4-го варіанту відтворення функцій *sin* та *cos* є таким:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}; \\ y_{2_{i+2}} &= y_{2_{i+1}} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}; \\ y_{1_{i+2}} &= y_{1_{i+1}} - \varepsilon \cdot y_{2_{i+2}}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Для схеми, що зображена на рис.1, вираз (10) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - ent\left[\frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m}\right]; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + ent\left[\frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m}\right]; \\ y_{2_{i+2}} &= y_{2_{i+1}} + ent\left[\frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m}\right]; \\ y_{1_{i+2}} &= y_{1_{i+1}} - ent\left[\frac{y_{2_{i+2}} + R_{2_{i+1}}}{N_m}\right]. \end{aligned} \qquad (11)$$

У табл. 7 і табл. 8 наведені значення максимальної додатної похибки (Δ^{+}_{max}) та максимальної від'ємної похибки (Δ^{-}_{max}) для функції $y_1 = cos(x)$ та $y_2 = sin(x)$ відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, в т. ч. згідно (5).

Таблиця 7 – Значення максимальної додатної Δ^{+}_{max} та максимальної від'ємної Δ^{-}_{max} похибок для 4-го варіанту відтворення функції $y = cos(x)$

n	$y_1 = cos(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}
	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.2178E+00	5.4616E-02	2.1788E-01	-6.7674E-01	5	2	4.8644E-01	-4.9516E-01
4	1.2701E+00	2.9287E-02	4.0747E-01	-5.8720E-01	7	6	4.6631E-01	-4.6764E-01
5	1.1542E+00	1.5135E-02	5.1398E-01	-4.9860E-01	17	14	4.4376E-01	-4.9860E-01
6	1.2471E+00	7.6902E-03	5.6223E-01	-5.2468E-01	31	29	5.0132E-01	-5.0689E-01
7	1.2605E+00	3.8757E-03	5.5991E-01	-5.3426E-01	69	59	5.0458E-01	-5.1740E-01
8	1.2413E+00	1.9454E-03	4.8578E-01	-5.3096E-01	119	126	4.9788E-01	-4.9409E-01
9	1.2378E+00	9.7465E-04	4.8173E-01	-5.1983E-01	241	256	4.9869E-01	-4.9981E-01
10	1.2327E+00	4.8780E-04	4.9425E-01	-5.1225E-01	499	502	5.0167E-01	-5.0035E-01
11	1.2301E+00	2.4402E-04	4.9412E-01	-5.1682E-01	991	1016	4.9962E-01	-5.0416E-01
12	1.2349E+00	1.2204E-04	4.9535E-01	-5.0940E-01	2023	2015	5.0368E-01	-5.0299E-01
13	1.2250E+00	6.1027E-05	4.9555E-01	-5.0694E-01	4053	4059	5.0019E-01	-5.0034E-01
14	1.2223E+00	3.0517E-05	5.0177E-01	-5.0760E-01	8211	8126	5.0061E-01	-5.0065E-01
15	1.2186E+00	1.5258E-05	4.9987E-01	-5.0400E-01	16279	16303	5.0082E-01	-5.0039E-01
16	1.2153E+00	7.6293E-06	4.9973E-01	-5.0295E-01	32657	32628	5.0170E-01	-5.0122E-01
17	1.2145E-01	3.8146E-06	5.0001E-01	-5.0282E-01	65421	65247	5.0094E-01	-5.0007E-01

Таблиця 8 – Значення максимальної додатної Δ^{+}_{max} та максимальної від'ємної Δ^{-}_{max} похибок для 4-го варіанту відтворення функції $y = sin(x)$

n	$y_2 = sin(x)$							
	РГ1(0) = РГ2(0) = 0		РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1}		РГ1	РГ2	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}
	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}	Δ^{+}_{max}	Δ^{-}_{max}				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
3	1.0175E+00	-8.7272E-01	4.3609E-01	-3.7280E-02	3	0	4.3609E-01	-3.7280E-01
4	1.0375E+00	-9.3688E-01	3.8842E-01	-5.3401E-01	5	0	4.9760E-01	-4.9408E-01
5	1.0242E+00	-9.6859E-01	4.6940E-01	-5.4953E-01	14	10	4.9373E-01	-4.4762E-01
6	1.0180E+00	-9.8433E-01	4.6171E-01	-5.6433E-01	29	22	4.9243E-01	-4.8607E-01
7	1.0363E+00	-9.9217E-01	4.8338E-01	-5.5641E-01	57	54	4.8780E-01	-5.0046E-01
8	1.0729E+00	-9.9609E-01	4.9570E-01	-5.0766E-01	123	122	5.0562E-01	-5.0574E-01
9	1.0380E+00	-9.9804E-01	4.9500E-01	-5.1826E-01	249	240	5.0269E-01	-4.9856E-01
10	1.0537E+00	-9.9902E-01	4.9381E-01	-5.1615E-01	500	482	5.0616E-01	-5.0131E-01
11	9.8733E-01	-9.9951E-01	5.0484E-01	-5.0604E-01	1017	1012	5.0484E-01	-5.0477E-01
12	1.0043E+00	-9.9975E-01	4.9953E-01	-5.1083E-01	2004	1973	5.0307E-01	-5.0242E-01
13	9.9844E-01	-9.9987E-01	5.0073E-01	-5.0988E-01	4081	4014	5.0178E-01	-5.0234E-01
14	1.0036E+00	-9.9993E-01	4.9965E-01	-5.0747E-01	8146	8058	5.0292E-01	-5.0220E-01
15	1.0066E+00	-9.9996E-01	5.0299E-01	-5.0384E-01	16307	16348	5.0299E-01	-5.0275E-01
16	1.0081E+00	-9.9998E-01	5.0024E-01	-5.0396E-01	32554	32500	5.0276E-01	-5.0258E-01
17	1.0125E+00	-9.9999E-01	5.0018E-01	-5.0791E-01	65400	65220	4.9973E-01	-5.0447E-01

Таким чином, аналізуючи результати, наведені в табл. 1 – табл. 8, які були отримані шляхом імітаційного моделювання, можна зробити висновок, що використання критерію (5) дає можливість зменшити максимальні додатні та від'ємні значення абсолютних похибок відтворення функцій *sin* та *cos*. Крім цього, при 1-му варіанті відтворення функцій *sin* та *cos* абсолютна похибка із збільшенням розрядності ЧІП1 та ЧІП2 зростає, а при 2-му, 3-му і 4-му варіантах відтворення функцій *sin* та *cos* абсолютна похибка $\Delta^{+}_{max} \to 0{,}5$ а абсолютна похибка $\Delta^{-}_{max} \to -0{,}5$.

Література

1. Ken Chapman "Performance and resolution of distributed arithmetic techniques unlock potential of digital integration," Multimedia technology conference & exhibition conference proceedings. – 1997. – P. 120-133.

2. Y. Ahn, S. Nahm, and W. Sung, "VLSI design of a CORDIC-based derotator," in Proc. 1998 IEEE Int. Symp. Circuits Syst., Vol. . – 1998. – P. 449-452.

3. S. Wang, V. Piuri, and E. Swartzlander, Jr., "Hybrid CORDIC algorithms," IEEE Transactions on Computers, Vol. 46. – 1997. – P.120-127.

4 С.В. Пантелеев, С.Н. Данилин, А.В. Яковлев "Оптимизация алгоритмов обработки цифровой информации" // 3-я Международная конференция DSPA-2000.

5. S.-W. Park, J.-H. Oh Hardware realization of inverse kinematics for robot manipulators. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol, № 1. – 1994. – P. 45-50.

6. И.З. Бреслав, И.И. Томашевская. Структура и точность кругового интерполятора с большим шагом интерполяции. Станки с ЧПУ, участки и автоматические линии на их основе: материалы семинара. – М.:МДНТП, 1974 г. – С. 96-102.

7. В.Д. Байков, С.Н. Вашкевич. Решение траекторных задач в микропроцессорных системах ЧПУ. – Л.: "Машиностроение", 1986. – 40 с.