УДК 620. 179. 16: 620. 179. 17

# МОДЕЛЬ ПАРАМЕТРИЧНОГО ВИХРОСТРУМОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

***Б.М. Горкунов, І.В. Тюпа, О.А. Авраменко, В.В. Скопенко***

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002, тел. (8-057) 707-69-34, e-mail: gorkunov@kpi.kharkov.ua*

*Наведено розрахункову модель параметричного вихрострумового перетворювача, засновану на суперпозиції електромагнітного поля витків обмотки перетворювача та індукованого струму в циліндричному об'єкті. Отримані результати розрахунків та експериментальних досліджень підтверджують адекватність запропонованої моделі.*

*Приведена расчетная модель параметрического вихретокового преобразователя, основанная на суперпозиции электромагнитного поля витков обмотки преобразователя и индуктируемого тока в цилиндровом объекте. Получены результаты расчетов и экспериментальных исследований подтверждают адекватность предложенной модели.*

*The calculation model of parametrical eddy current converter, based on superposition of an electromagnetic field of coils of a winding of the converter and the induced current in cylindrical object is given. The received results of calculations and experimental researches confirm adequacy of the offered model.*

Розвиток сучасних засобів обчислювальної техніки дозволяє істотно автоматизувати й полегшити процес розрахунку та проектування електромагнітних систем. З метою теоретичного аналізу вихідних сигналів вихрострумових перетворювачів (ВСП) відомі як класичні аналітичні методи, так і розроблені й перевірені на практиці числові методи, засновані на розв'язку диференціальних або інтегральних рівнянь електромагнітного поля. Застосування перерахованих методів при проектуванні ВСП дозволяє успішно знаходити розподіл електромагнітного поля в об'єкті зі складною геометрією й нелінійними властивостями з досить високою точністю, але при значних витратах машинного часу [1,2].

У роботах [3,4] були запропоновані теоретичні розробки та результати моделювання трансформаторного вихрострумового перетворювача прохідного типу, засновані на суперпозиції електромагнітних полів струмів окремих витків намагнічувальної, вимірювальної обмоток і індукованих струмів в циліндричному металевому зразку. В даній роботі запропоновано метод розрахунку параметричного прохідного ВСП із магнітним і немагнітним зразком, в основу якого покладені аналітичні формули для визначення активних опорів, власних індуктивностей і взаємоіндуктивностей обмотки ВСП, що представлена у вигляді окремих струмопроводів, а також циліндричного зразка (ЗР), що з урахуванням глибини проникнення можна представити у вигляді кільцевих провідників з короткозамкненими струмами, які протікають в них.

Еквівалентна електрична схема такого параметричного ВСП представлена на рис. 1, на якій вимірювальна обмотка параметричного перетворювача представлена відповідним активним опором $R_в$ і індуктивністю $L_в$, ДС – джерело синусоїдального струму. Досліджуваний циліндричний зразок представлений у вигляді його активного опору $R_{зр}$ та індуктивністю $L_{зр}$. Між обмоткою та зразком існує магнітний зв'язок, позначений на схемі взаємоіндуктивностями $M_{взр}$ і $M_{зрв}$.

Відповідно до загальноприйнятої теорії, активний опір контуру вимірювальної котушки збільшується на величину $R_{вн}$ і відповідно зменшується індуктивність на величину $L_{вн}$ [5], тобто:

$$R_{вн} = \frac{\omega^2 M_{взр} M_{зрв} R_{зр}}{R_{зр}^2 + (\omega L_{зр})^2}, \qquad (1)$$

$$L_{вн} = -\frac{\omega^2 M_{взр} M_{зрв} \omega L_{зр}}{R_{зр}^2 + (\omega L_{зр})^2}, \qquad (2)$$

де $\omega=2\pi f$ – циклічна частота живлення контуру, $M_{взр}$ – взаємоіндуктивність між вимірювальною обмоткою і зразком, $M_{зрв}$ – взаємоіндуктивність між зразком і вимірювальною обмоткою.

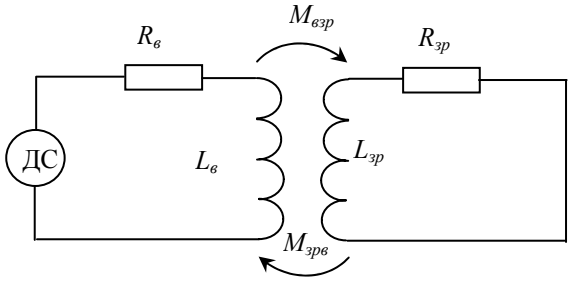



**Рисунок 1 – Еквівалентна схема параметричного прохідного перетворювача із провідним циліндром**

З урахуванням прийнятої моделі параметричного перетворювача, вимірювальна обмотка представляє собою окремі витки, кожний з яких замкнений на джерело напруги. Аналогічно, об'єкт контролю представляє собою окремі короткозамкнені кільцеві провідники радіуса зразка $a_{зр}$ і товщиною струмопроводу $\delta$, яка пропорційна глибині проникнення електромагнітного поля в зразок.

Активний опір котушки $R_в$ і зразка $R_{зр}$ в області низьких частот можна знайти за відомими співвідношеннями:

$$R_в = \sum_{i=1}^{Wв} R_{iв} = W_в \frac{l_в}{\sigma_в S_в}, \qquad (3)$$

$$R_{зр} = \sum_{i=1}^{Wзз} R_{iзр} = W_{зр} \frac{l_{зр}}{\sigma_{зр} S_{зр}}, \qquad (4)$$

де $W_в$ і $W_{зр}$ – кількість витків вимірювальної обмотки перетворювача та зразка відповідно, $R_{iв}$ і $R_{iзр}$ – активні опори окремих витків обмотки та зразка, $l_в$ і $l_{зр}$ – довжина окремих витків обмотки та об'єкта контролю, $\sigma_в$ і $\sigma_{зр}$ – питома електрична провідність матеріалу обмотки та зразка, $S_в$ і $S_{зр}$ – відповідні площі перерізу струмопроводів.

Індуктивності вимірювальної обмотки та зразка можна представити таким чином:

$$L_в = \sum_{i=1}^{Wв} L_{iв} + \sum_{i=1}^{Wв} M_{iв}, \qquad (5)$$

$$L_{зр} = \sum_{i=1}^{W_{зр}} L_{iзр} + \sum_{i=1}^{W_{зр}} M_{iзр}, \qquad (6)$$

де $L_{iв}$ і $L_{iзр}$ – власні індуктивності окремих струмопроводів, $M_{iв}$ і $M_{iзр}$ – власні взаємоіндуктивності окремих витків вимірювальної обмотки та зразка відповідно.

Значення власної взаємоіндуктивності витків вимірювальної обмотки і зразка в подальшому позначимо як $M_в$ і $M_{зр}$.

Власні індуктивності окремих струмопроводів вимірювальної обмотки та зразка в загальному випадку можна знайти за співвідношеннями [6]:

$$L_{iв} = \mu_0 a_u \left( ln \frac{16 a_в}{d_в} - 2 + \frac{\mu_0 \mu_{rв}}{\mu_0} \frac{\xi}{4} \right), \qquad (7)$$

$$L_{iзр} = \mu_0 a_{зр} \left( ln \frac{16 a_{зр}}{d_{зр}} - 2 + \frac{\mu_0 \mu_{rзр}}{\mu_0} \frac{\xi}{4} \right), \qquad (8)$$

де $a_в$ і $a_{зр}$ – зовнішні радіуси витка вимірювальної обмотки та зразка, $d_в$ і $d_{зр}$ – діаметри струмопроводів вимірювальної обмотки та зразка, $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м– магнітна константа, $\mu_{rв}$ і $\mu_{rзр}$ – відносна магнітна проникність матеріалу відповідних витків.

Функція $\xi$ знаходиться за формулою:

$$\xi = \frac{8}{kd} \frac{b_0}{b_1} sin(\beta_0 - \beta_1 - \frac{\pi}{4}), \qquad (9)$$

де $k = \sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma \omega}$, $d$ – поточний діаметр струмопроводу, $b_0$ і $\beta_0$ – модуль і аргумент Беселевої функції $I_0(x)$ першого роду нульового порядку, $b_1$ і $\beta_1$ – те ж для Беселевої функції $I_1(x)$ першого роду першого порядку, $x = kr\sqrt{-j}$.

Як показано в роботах [6,7], знаходження власних взаємоіндуктивностей $M_в$ і $M_{зр}$ для вимірювальної обмотки і зразка, а також взаємної індуктивності $M_{взр}$ і $M_{зрв}$ у формулах (1) і (2) у випадку немагнітного матеріалу не викликає особливих труднощів. Формули для знаходження даних величин представлені в роботі [6] і справедливі для немагнітних матеріалів.

У випадку феромагнітного матеріалу, ВСП представляє собою досить складну структуру, коефіцієнти $M_в$ і $M_{зр}$ будуть істотно залежати від геометрії моделі і магнітних властивостей обмотки і зразка, при цьому значення взаємоіндуктивностей контурів будуть відповідати співвідношенню $M_{взр} \neq M_{зрв}$. Для

знаходження даних величин розглянемо магнітний потік, що створюється кожним з витків вимірювальної обмотки, який проходить через поперечний переріз перетворювача і створює у витках перетворювача й об'єкта індуковані струми.

На рис. 2 схематично показані елементарні магнітні потоки, які проходять крізь перетин ВСП, де: $\psi_{вим}$ – потік замкнений на тіло вимірювальної обмотки перетворювача; $\psi_{пов}$ – потік замкнений на повітряний прошарок між котушкою та зразком; $\psi_{зр}$ – потік крізь тіло зразка; $\psi_{вн}$ – потік через внутрішній простір об'єкта (для якого прийнято в моделі $\mu_r$=1).

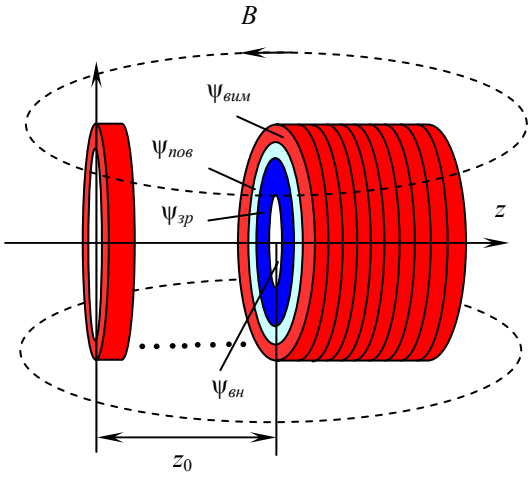



**Рисунок 2 – Магнітні потоки в перетині параметричного перетворювача**

Дані магнітні потоки можна знайти із таких співвідношень:

$$\psi_{вим} = 2\pi \int_{a_{в1}}^{a_{в2}} B_z r dr , \qquad (10)$$

$$\psi_{пов} = 2\pi \int_{a_{зр2}}^{a_{в1}} B_z r dr , \qquad (11)$$

$$\psi_{зр} = 2\pi \int_{a_{зр1}}^{a_{зр2}} B_z r dr , \qquad (12)$$

$$\psi_{вн} = 2\pi \int_{0}^{a_{зр1}} B_z r dr , \qquad (13)$$

де $a_{в2}$, $a_{в1}$ – зовнішній і внутрішній радіуси вимірювальної обмотки; $a_{зр2}$, $a_{зр1}$ - зовнішній і внутрішній радіуси зразка, тобто $a_{зр1} = a_{зр2} - \delta$; $r$ – поточний радіус інтегрування.

Величини магнітного потоку, які будуть створювати струми у вимірювальній обмотці $\psi_в$ і об'єкті $\psi_о$, можна представити співвідношеннями:

$$\psi_в = \psi_{вим} + \psi_{пов} + \psi_{зр} + \psi_{вн} , \qquad (14)$$

$$\psi_о = \psi_{зр} + \psi_{вн} . \qquad (15)$$

У роботі [3] показано, що магнітний потік крізь тіло кільцевого струмопроводу у загальному вигляді визначається співвідношенням:

$$\psi_т = 2\pi \left( \frac{a_{зов}\mu_0\mu_r I}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{a_{зов}}} f(\lambda_{зов}) - \frac{a_{внут}\mu_0\mu_r I}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{a_{внут}}} f(\lambda_{внут}) \right) , \qquad (16)$$

де $a_{зов}$ і $a_{внут}$ – зовнішній і внутрішній радіуси кільця; $f(\lambda_{зов})$ і $f(\lambda_{внут})$ - значення функції відповідних форм-факторів моделі, $a$ – радіус будь-якого витка, що створює магнітне поле.

Відповідні функції $f(\lambda_{зов})$ і $f(\lambda_{внут})$ мають вигляд:

$$f(\lambda_{зов}) = \left( \frac{2}{\lambda_{зов}} - \lambda_{зов} \right) K(\lambda_{зов}) - \frac{2}{\lambda} E(\lambda_{зов}) , \qquad (17)$$

$$f(\lambda_{внут}) = \left( \frac{2}{\lambda_{внут}} - \lambda_{внут} \right) K(\lambda_{внут}) - \frac{2}{\lambda_{внут}} E(\lambda_{внут}) , \qquad (18)$$

де $K$ й $E$ - повні еліптичні інтеграли першого й другого роду, $\lambda_{зов}$ і $\lambda_{внут}$ – геометричні параметри моделі.

Формули для розрахунку параметрів $\lambda_{зов}$ і $\lambda_{внут}$ будуть такими:

$$\lambda_{зов} = \sqrt{\frac{4aa_{зов}}{z_0^2 + (a + a_{зов})^2}} , \qquad (19)$$

$$\lambda_{внут} = \sqrt{\frac{4aa_{внут}}{z_0^2 + (a + a_{внут})^2}} , \qquad (20)$$

де $z_0$ – відстань між кільцем радіусом $a$ і відповідним контуром.

Скориставшись формулами для елементарних магнітних потоків, за запропонованою методикою знайдемо співвідношення для $M_в$, $M_{зр}$, $M_{взр}$, $M_{зрв}$.

Значення власної взаємоіндуктивності $M_в$ витків вимірювальної обмотки знайдемо так:

$$M_в = \sum \mu_0 (a_в f(\lambda_в) + (\mu_r - 1) \times \times (\sqrt{a_в a_{зр}} f(\lambda_{зр}) - \sqrt{a_в a_\delta} f(\lambda_\delta)), \quad (19)$$

де $$\lambda_в = \sqrt{\frac{4 a_в a_в}{z_0^2 + (a_в + a_в)^2}}, \quad (20)$$

$$\lambda_{зр} = \sqrt{\frac{4 a_в a_{зр}}{z_0^2 + (a_в + a_{зр})^2}}, \quad (21)$$

$$\lambda_\delta = \sqrt{\frac{4 a_в a_\delta}{z_0^2 + (a_в + a_\delta)^2}}, \quad (22)$$

де $a_в$ - зовнішній радіус вимірювальної обмотки; $a_{зр}$ - зовнішній радіус об'єкта; $a_\delta$ - внутрішній радіус зразка, причому $a_0 - a_\delta = \delta$ - глибина проникнення електромагнітного поля в зразок.

Вираз для взаємної індукції $M_{взр}$ між кожним витком вимірювальної обмотки і витками об'єкта буде таким:

$$M_{взр} = \sum \mu_0 (\mu_r \sqrt{a_в a_{зр}} f(\lambda_{зр}) - - (\mu_r - 1) \sqrt{a_в a_\delta} f(\lambda_\delta)), \quad (23)$$

де $$\lambda_{зр} = \sqrt{\frac{4 a_в a_{зр}}{z_0^2 + (a_в + a_{зр})^2}}, \quad (24)$$

$$\lambda_\delta = \sqrt{\frac{4 a_в a_\delta}{z_0^2 + (a_в + a_\delta)^2}}. \quad (25)$$

Вплив витків об'єкта на кожний виток вимірювальної обмотки визначається так:

$$M_{зрв} = \sum \mu_0 (\sqrt{a_{зр} a_в} f(\lambda_в) + + (\mu_r - 1)(a_{зр} f(\lambda_0) - \sqrt{a_{зр} a_\delta} f(\lambda_\delta)), \quad (26)$$

де $$\lambda_в = \sqrt{\frac{4 a_{зр} a_в}{z_0^2 + (a_{зр} + a_в)^2}}, \quad (27)$$

$$\lambda_{зр} = \sqrt{\frac{4 a_{зр} a_{зр}}{z_0^2 + (a_{зр} + a_{зр})^2}}, \quad (28)$$

$$\lambda_\delta = \sqrt{\frac{4 a_{зр} a_\delta}{z_0^2 + (a_{зр} + a_\delta)^2}}. \quad (29)$$

І нарешті взаємоіндуктивність $M_{зр}$ в об'єкті контролю можна знайти таким чином:

$$M_{зр} = \sum \mu_0 (\mu_r a_{зр} f(\lambda_{зр}) - (\mu_r - 1) \sqrt{a_{зр} a_\delta} f(\lambda_\delta)), \quad (30)$$

де $$\lambda_{зр} = \sqrt{\frac{4 a_{зр} a_{зр}}{z_0^2 + (a_{зр} + a_{зр})^2}}, \quad (31)$$

$$\lambda_\delta = \sqrt{\frac{4 a_{зр} a_\delta}{z_0^2 + (a_{зр} + a_\delta)^2}}. \quad (32)$$

Для підтвердження адекватності запропонованої моделі були проведені розрахункові та експериментальні дослідження роботи параметричного ВСП із використанням прецизійного моста змінного струму Tesla BM-401E з робочою частотою f=800 Гц. Вихідні дані для розрахунку: кількість витків вимірювальної обмотки $W_в$=375; діаметр перетворювача $D_п$=13,4 мм; довжина перетворювача $l_п$=88,5 мм; циліндричні зразки (магнітні та немагнітні) довжиною 200 мм і діаметром 10 мм. Розрахункові значення активного опору та індуктивності вимірювальної обмотки без зразка: $R_0$=8,82 Ом; $L_0$=0,262 мГн. Результати вимірювань: $R_0$=8,69 Ом; $L_0$=0,265 мГн. Результати розрахунків і експериментальних досліджень зведені в табл. 1.

## ВИСНОВОК

На підставі розробленої моделі ВСП із об'єктом контролю та отриманих експериментальних даних можна зробити висновок про те, що вказана вище модель адекватно описує фізичні процеси, що відбуваються в поверхневих шарах магнітних і немагнітних металевих циліндричних виробів.

**Таблиця 1 - Результати експериментальних і розрахункових досліджень**

| Параметри зразка | Розрахунок | | Результати вимірювання | | Відносна розбіжність показів | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_р$, Ом | $L_р$, мГн | $R_в$, Ом | $L_в$, мГн | $\gamma_R$, % | $\gamma_L$, % |
| σ=3,59 МСм/м, $\mu_r$=1 | 8,89 | 0,259 | 8,76 | 0,264 | 1,48 | -1,89 |
| σ=1,29 МСм/м, $\mu_r$=1,33 | 8,86 | 0,308 | 8,74 | 0,274 | 1,37 | 12,41 |
| σ=16,8 МСм/м, $\mu_r$=1 | 9,03 | 0,234 | 8,92 | 0,249 | 1,23 | -6,02 |
| σ=49,7 МСм/м, $\mu_r$=1,07 | 9,02 | 0,211 | 8,98 | 0,196 | 0,45 | 7,65 |
| σ=14,6 МСм/м, $\mu_r$=1 | 9,03 | 0,237 | 8,91 | 0,252 | 1,35 | -5,95 |
| σ=1,5 МСм/м, $\mu_r$=32,1 | 19,85 | 2,41 | 17,59 | 2,74 | 12,85 | -12,04 |
| σ=1,48 МСм/м, $\mu_r$=31,5 | 19,57 | 2,39 | 17,4 | 2,74 | 12,47 | -12,77 |

***Література***

*1. Sadiku, Matthew N.O. Numerical techniques in electromagnetics. – New York: CRC Press, 2001. – 750 p.*

*2. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.*

*3. Горкунов Б.М., Тюпа И.В., Тищенко А.А. Модель вихретокового преобразователя проходного типа с токопроводящим цилиндрическим образцом. // Технічна електродинаміка, тематичний випуск "Силова електроніка та енергоефективність", ч.5, 2007. – Київ. – С. 45-48.*

*4. Горкунов Б.М., Тюпа С.Ю., Тюпа И.В., Скопенко В.В. Физическое моделирование вихретокового преобразователя проходного типа / 17th National scientific symposium "Metrology and metrology assurance 2007", September 10-14, 2007. – Sozopol, Bulgaria. – P.121-125.*

*5. Шумиловский Н.Н., Ярмольчук Г.Г., Грабовецкий В.П. Физические и физико-химические методы контроля состава и свойств веществ. Метод вихревых токов // под общ. ред. Н.Н. Шумиловского. – М.-Л., изд-во «Энергия», 1966. – 176 с.*

*6. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 368 с.*

*7. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. / Учебник для вузов. Т.2. –Л.: Энергоиздат, 1981. – 415 с.*

**Поступила в редакцію 17.11.2008р.**